

Onlinekurs Gewinnfunktion

Video: <https://www.youtube.com/watch?v=k7Cgz6ClRwU>

1. Lineare Kostenfunktion

Die lineare Kostenfunktion geht von der Annahme aus, dass die Kosten linear steigen. Es gibt Fixkosten F , die in jedem Zeitabschnitt zu zahlen sind und es gibt variable Kosten pro Stück k , die für jedes Stück zu zahlen sind. Damit erhält die Kostenfunktion die Gestalt:

$$\mathbf{K(x) = k \cdot x + F} \quad (\text{Hinweis: sonst ist die lineare Funktion } y = k \cdot x + d)$$

Beispiel 1: Handykostenfunktion

Die Handyproduktion von Nokkerl erfolgt mit Fixkosten (Miete und Personal) von $F = 50\,000$ € pro Monat und variablen Kosten von $k = 100$ € pro Handy. Geben Sie die lineare Funktion der Kosten an und berechnen Sie damit die Gesamtkosten bei einer Produktion von 1000 Handys (bzw. von 20 000 Handys)

Lösung:

Die lineare Kostenfunktion lautet also: $y = k \cdot x + F \rightarrow \mathbf{K(x) = 100 \cdot x + 50\,000}$

Die Gesamtkosten für 1000 Stück sind: $K(1000) = 100 \cdot 1000 + 50\,000 = \mathbf{150\,000$ €

Die Gesamtkosten für 20 000 Stück sind:

$$K(20\,000) = 100 \cdot 20\,000 + 50\,000 = \mathbf{2\,050\,000$$
 €

2. Preis(Nachfrage)- und Erlösfunktion

variabler Preis (bei Monopolisten)

Ist nur mehr ein Anbieter am Markt (Monopolist) oder gilt das Marktgesetz: je größer das Angebot ist desto kleiner muss der Preis sein, dann ist die Preisfunktion nicht konstant, im einfachsten Fall ist sie linear fallend, z.B. $\mathbf{p(x) = -x + 200}$

Beispiel 2: Maximalpreis und Sättigungsmenge

Bestimmen Sie für die Preisfunktion $p(x) = -0,1x + 500$ [x in Stück, p in €] den Maximalpreis p_{\max} (Prohibitivpreis) und die Sättigungsmenge x_s

Lösung:

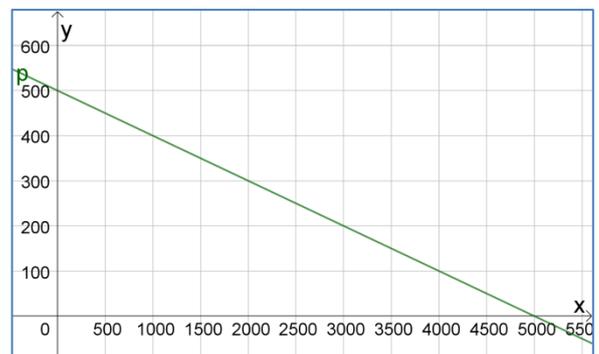
Der Maximalpreis bei einer Preisfunktion ergibt sich, wenn die Stückzahl = 0 gesetzt wird:

$$x = 0 \rightarrow p(0) = 500 \rightarrow \mathbf{p_{\max} = 500$$
 €/Stück

Die Sättigungsmenge ergibt sich, wenn der Preis auf Null heruntergeht:

$$p = 0 \rightarrow 0 = -0,1x + 500$$

$$\rightarrow \mathbf{x_s = 5000$$
 Stück



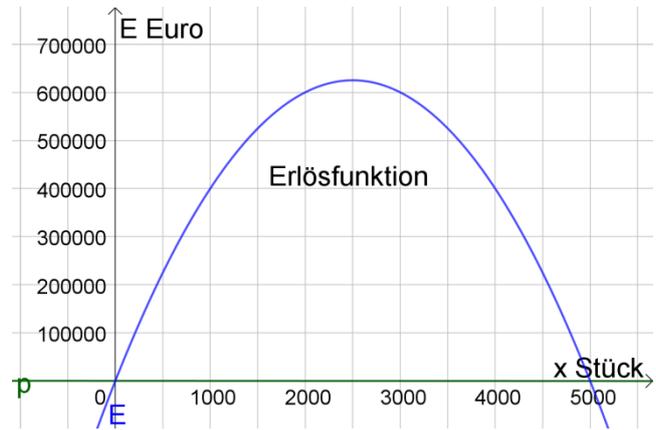
Die **Erlösfunktion** entsteht durch Multiplikation der Preisfunktion mit der Warenmenge:

$$E(x) = p(x) \cdot x$$

Lösung:

Die Erlösfunktion ergibt sich zu Preis mal Stück:

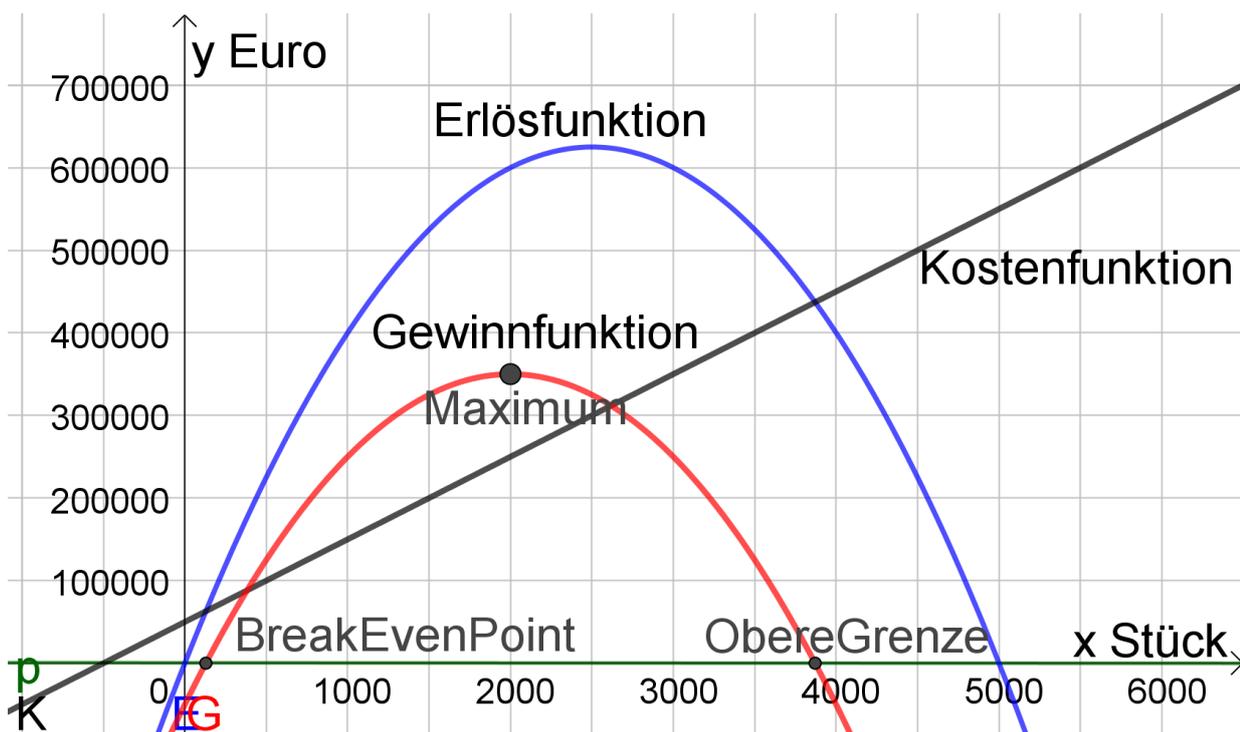
$$E(x) = p(x) \cdot x = (-0,1x + 500) \cdot x = -0,1x^2 + 500x$$



3. Gewinnfunktion

Gewinn ergibt sich, wenn die Kosten vom Erlös abgezogen werden:

$$G(x) = E(x) - K(x)$$



Beispiel 4: Handygewinnfunktion

Die Handyproduktion von Nokkerl erfolgt mit der Kostenfunktion $K(x) = 100 \cdot x + 50\,000$
 Der Erlös beträgt $E(x) = -0,1 x^2 + 500x$ [x in Stück, E und K in Euro]

Bestimmen Sie die Gewinnfunktion $G(x)$ und das Gewinnmaximum.

Bestimmen Sie auch die Nullstellen der Gewinnfunktion

(Break-Even-Point und obere Gewinngrenze)

Lösung:

- $G(x) = E(x) - K(x) = (-0,1 x^2 + 500 x) - (100x + 50 000)$
➔ $G(x) = -0,1x^2 + 400x - 50 000$
- Das Gewinnmaximum bekommt man durch Ableiten–Nullsetzen–Rückeinsetzen:
 $G'(x) = -0,2 x + 400$
 $0 = -0,2x + 400$
➔ $x = 2000$ Stück
Einsetzen in die Gewinnfunktion: $G(2000) = -0,1 \cdot 2000^2 + 400 \cdot 2000 - 50000$
- ⇓ **$G(2000) = 350 000$ €**
- Die Nullstellen der Gewinnfunktion erhält man durch $G(x) = 0$
 $0 = -0,1x^2 + 400x - 50 000$ ➔ $0 = x^2 - 4000x + 500 000$
➔ $x_1 = 2000 + \sqrt{2000^2 - 500000} = 3871$ Stück (obere Gewinngrenze)
➔ $x_2 = 2000 - \sqrt{2000^2 - 500000} = 129$ Stück (Break-Even-Point)

Übung:

Eine Produktion von Kühlschränken hat Fixkosten von 40 000 € und Kosten je Stück Produktion von 250€
Der Verkaufspreis je Stück beträgt $p(x) = 3500 - 10 x$

- Bestimmen Sie Maximalpreis und Sättigungsmenge
- Bestimmen Sie die Kostenfunktion, die Erlösfunktion und die Gewinnfunktion.
- Bestimmen Sie den maximalen Gewinn und
- die Gewinngrenzen

Lösung:

- Maximalpreis = 3500 €, Sättigungsmenge = 350 Stück
- $K(x) = 250x + 40 000$
 $E(x) = 3500x - 10x^2$
 $G(x) = -10x^2 + 3250x - 40 000$
- $G'(x) = -20x + 3250 = 0$ ➔ $x = 162,5$ Stück
 $G(162,5) = \dots = 224062,50$ €
- $G(x)=0$ ➔ $-10x^2 + 3250 x - 40 000 = 0$ ➔ $x_1 = 12,8$ Stück und $x_2 = 312$ Stück
➔ Der Break-Even-Point ist bei 13 Stück und die obere Gewinngrenze ist bei 312 Stück

Hausübung:

Eine Produktion von Fernsehgeräten hat Fixkosten von 30 000 € und
Kosten je Stück Produktion von 200€

Der Verkaufspreis je Stück beträgt $p(x) = 2000 - 5x$

- Bestimmen Sie Maximalpreis und Sättigungsmenge
- Bestimmen Sie die Kostenfunktion, die Erlösfunktion und die Gewinnfunktion.
- Bestimmen Sie den maximalen Gewinn und
- die Gewinngrenzen

Lösung:

- Maximalpreis = 2000 €, Sättigungsmenge = 400 Stück
- $K(x) = 200x + 30 000$ $E(x) = 2000x - 5x^2$ $G(x) = -5x^2 + 1800x - 30 000$
- $G'(x) = -10x + 1800 = 0$ ➔ $x = 180$ Stück $G(180) = \dots = 132000$ €
- $G(x)=0$ ➔ $x_1 = 17,5$ Stück und $x_2 = 342,5$ Stück
➔ Der Break-Even-Point ist bei 18 Stück und die obere Gewinngrenze ist bei 342 Stück